Matematikktentamen - eksamensklassen
Onsdag 11. desember 2013

Løsningsforslag

Oppgave 1. Regn ut.

a) $11 - 2 \cdot 4 + 1 = 11 - 8 + 1 = \mathbf{4}$

b) $10 : (-2) + 4 + 8 : 4 = -5 + 4 + 2 = \mathbf{1}$

c) $-5\ (10 - 4 \cdot 2) = -5\ (10 - 8) = -5\ (2) = \mathbf{-10}$

d) $5 + 3 \cdot 2^3 = 5 + 3 \cdot 8 = 5 + 24 = \mathbf{29}$

e) $(-2)^3 - 2^3 - (-2)^2 = -8 - 8 - 4 = \mathbf{-20}$

f) $-5\ (4 + 3\ (3^2 - 2 \cdot 3) - 1^{70}) = -5\ (4 + 3\ (9 - 6) - 1) = -5\ (4 + 3 \cdot 3 - 1) = -5 \cdot 12 = \mathbf{-60}$

g) $-3\ (10 - (-4)\ (6 - 2 \cdot 2)^2 + 1) = -3\ (10 - (-4)\ (2)^2 + 1) = -3\ (10 + 4 \cdot 4 + 1) = -3 \cdot 27 = \mathbf{-81}$

Oppgave 2. Regn ut og skriv som brøk.

a) $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \mathbf{\frac{1}{1\,000}}$

b) $(-10)^{-3} = \frac{1}{(-10)^3} = \mathbf{\frac{1}{-1\,000}}$

c) $15 \cdot 4^{-2} - 7 \cdot 2^{-3} = 15 \cdot \frac{1}{16} - 7 \cdot \frac{1}{8} = \frac{15}{16} - \frac{7 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{15}{16} - \frac{14}{16} = \mathbf{\frac{1}{16}}$

Oppgave 3. Regn ut.

a)	40 m	=	**4 000** cm
b)	0.7 km	=	**700** m
c)	700 cm	=	**0.007** km
d)	0.5 dm	=	**0.00005** km

Oppgave 4. Skriv som potenser.

a) $x^4 \cdot x^2 = \mathbf{x^6}$

b) $y^{12} : y^3 = \mathbf{y^9}$

c) $t^4 : g^{-2} \cdot g^4 \cdot t^{-3} = t^{4-3} \cdot g^{-(-2)+4} = \mathbf{t^1 \cdot g^6}$

d) $(x^2)^3 \cdot (-x)^2 = x^6 \cdot x^2 = \mathbf{x^8}$

Oppgave 5. Skriv på standardform.

a) $210\,000 = \mathbf{2.1 \cdot 10^5}$

b) $0.00089 = \mathbf{8.9 \cdot 10^{-4}}$

c) $3\,000 \cdot 20\,000 \cdot 500\,000 = 3 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^5 = 30 \cdot 10^{12} = \mathbf{3 \cdot 10^{13}}$

Oppgave 6. Regn ut.

a) $450 \cdot 10^4 = \mathbf{4\ 500\ 000}$

b) $0.018 \cdot 10^5 = \mathbf{1\ 800}$

c) $450 \cdot 10^{-4} = \mathbf{0.045}$

Oppgave 7. Regn ut.

a) $7m - 2m + 4m = \mathbf{9m}$

b) $-2y + 5y - 3x + 4y + 9x = \mathbf{7y + 6x}$

c) $4x\ (2x + 4y - 2) = \mathbf{8x^2 + 16xy - 8x}$

d) $3x^4 \cdot 4x^6 = \mathbf{12x^{10}}$

e) $-10x + 10xy - (3x - 5)\ (2y + 2x) = -10x + 10xy - (6xy + 6x^2 - 10y - 10x) =$

$-10x + 10xy - 6xy - 6x^2 + 10y + 10x = \mathbf{4xy - 6x^2 + 10y}$

f) $a - 3\ (a - x\ (a - 1) + 2ax) = a - 3\ (a - xa + x + 2ax) = a - 3\ (a + ax + x) =$

$a - 3a - 3ax - 3x = \mathbf{-2a - 3ax - 3x}$

g) $(2a + b)^3 = (2a + b)\ (2a + b)\ (2a + b) = (4a^2 + 2ab + 2ab + b^2)\ (2a + b) =$

$(4a^2 + 4ab + b^2)\ (2a + b) = 8a^3 + 4a^2b + 8a^2b + 4ab^2 + 2ab^2 + b^3 =$

$\mathbf{8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3}$

Oppgave 8. Faktoriser uttrykkene. Eksempel: $8x - 6 = 2\ (4x - 3)$

a) $6x^2 - 8x = \underline{2} \cdot 3 \cdot \underline{x} \cdot x - \underline{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \underline{x} = \mathbf{2x\ (3x - 4)}$

b) $50y^2x^5 + 60x^5y^2 = 10y^2x^5\ (5 + 6) = 10y^2x^5 \cdot 11 = \mathbf{110y^2x^5}$

Oppgave 9. Regn ut verdien av uttrykkene når x = -3 og b = 2.

a) $50 - x - 4b = 50 - (-3) - 4 \cdot 2 = 50 + 3 - 8 = \mathbf{45}$

b) $2 - (-x)^2 - 2b^2 = 2 - (-(-3))^2 - 2\ (2)^2 = 2 - 3^2 - 2 \cdot 4 = 2 - 9 - 8 = \mathbf{-15}$

Oppgave 10. Regn ut.

a) $\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{2\cdot 2}{3\cdot 2} = \frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \mathbf{\frac{5}{6}}$

b) $3 - \frac{3-t}{4} + \frac{t}{6} = \frac{3}{1} - \frac{3-t}{4} + \frac{t}{6} = \frac{36}{12} - \frac{9-3t}{12} + \frac{2t}{12} = \frac{36-9+3t+2t}{12} = \mathbf{\frac{27+5t}{12}}$

c) $6 : \frac{2}{5} = 6 \cdot \frac{5}{2} = \frac{30}{2} = 15$

d) $\frac{x}{3}\left(2 - \frac{x}{2}\right) = \frac{2x}{3} - \frac{x^2}{6} = \frac{2x\cdot 2}{3\cdot 2} - \frac{x^2}{6} = \mathbf{\frac{4x-x^2}{6}}$

e) $3\frac{1}{2} - 1\frac{4}{5} = \frac{3\cdot 2+1}{2} - \frac{1\cdot 5+4}{5} = \frac{7}{2} - \frac{9}{5} = \frac{7\cdot 5}{2\cdot 5} - \frac{9\cdot 2}{5\cdot 2} = \frac{35-18}{10} = \mathbf{\frac{17}{10}}$

Oppgave 11. Forkort brøkene.

a) $\frac{15}{10} = \frac{5 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{3}{2}$

b) $\frac{9b^3a^4f^5}{6af^3b^7} = \frac{3b^3a^3f^2}{b^4}$

c) $\frac{30n^{22} + 20n^{20} - 80n^{21}}{40n^{23}} = \frac{30n^2 + 20 - 80n^1}{40n^3} = \frac{3n^2 + 2 - 8n^1}{4n^3}$

d) $\frac{12y^3 - 9y}{8y^2 - 6} = \frac{3y(4y^2 - 3)}{2(4y^2 - 3)} = \frac{3y}{2}$

Oppgave 12. Utvid brøkene og bestem hvilken brøk som er størst.

$$\frac{13}{40} \qquad \frac{2}{5} \qquad \frac{3}{10} \qquad \frac{3}{8}$$

$$\frac{13}{40} \qquad \frac{2 \cdot 8}{5 \cdot 8} \qquad \frac{3 \cdot 4}{10 \cdot 4} \qquad \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 5}$$

$$\frac{13}{40} \qquad \frac{16}{40} \qquad \frac{12}{40} \qquad \frac{15}{40}$$

$\frac{2}{5}$ **er størst.**

Oppgave 13. En restaurant selger pizzaer og hamburgere.

Restauranten er åpen onsdager, fredager, lørdager og søndager, 30 uker hvert år.

De faste utgiftene for restauranten er:

Leie: 50 000 kr pr år
Lønn: 40 000 kr pr måned
Strøm: 3 500 kr pr måned
Vasking: 1 200 kr for hver uke restauranten er åpen

Restauranten har også utgifter på 60 kr for hver pizza og 15 kr for hver hamburger.

Restauranten selger hver pizza for 200 kr og hver hamburger for 70 kr.

a) Hvor mange dager er restauranten åpen hvert år?

$4 \cdot 30 = 120$

Restauranten er åpen 120 dager hvert år.

b) Regn ut utgifter til vasking pr år.

1 200 kr · 30 = 36 000 kr
Utgiftene til vasking er 36 000 kr pr år.

c) Regn ut utgifter til lønn og strøm pr år.

Lønn: 40 000 kr · 12	480 000 kr
Strøm: 3 500 kr · 12	42 000 kr
Til sammen	**522 000 kr**

d) Regn ut totale utgifter pr år hvis restauranten selger 50 pizzaer og 60 hamburgere **hver dag**.

Leie	50 000 kr
Lønn	480 000 kr
Strøm	42 000 kr
Vasking	36 000 kr
Pizzaer: 60 · 50 · 120	360 000 kr
Hamburgere: 15 · 60 · 120	108 000 kr
Totale utgifter pr år	**1 076 000 kr**

e) Regn ut inntekter og resultat pr år hvis restauranten selger 50 pizzaer og 60 hamburgere hver dag.

Pizzaer: 200 · 50 · 120	1 200 000 kr
Hamburgere: 70 · 60 · 120	504 000 kr
Inntekter pr år	**1 704 000 kr**

1 704 000 kr – 1 076 000 kr = 628 000 kr
Resultat pr år = 628 000 kr

f) Vis at resultat pr år er lik 16 800x + 6 600y – 608 000 hvis restauranten selger x pizzaer og y hamburgere hver dag.

Vi finner først utgifter pr år:

Leie	50 000
Lønn	480 000
Strøm	42 000
Vasking	36 000
Pizzaer: 60 · x · 120	7 200x
Hamburgere: 15 · y · 120	1 800y
Utgifter pr år	**608 000 + 7 200 x + 1 800y**

Så finner vi inntekter pr år:

Pizzaer: 200 · x · 120	24 000x
Hamburgere: 70 · y · 120	8 400y
Inntekter pr år	**24 000x + 8 400y**

Resultat pr år =
Inntekter pr år – utgifter pr år =

24 000x + 8 400y – (608 000 + 7 200 x + 1 800y) =
24 000x + 8 400y – 608 000 – 7 200x – 1 800y =
16 800x + 6 600y – 608 000

g) I år 2012 solgte restauranten 60 pizzaer per dag.
Resultatet for restauranten ble 1 060 000 kr i år 2012.
Regn ut hvor mange hamburgere restauranten solgte hver dag.

Vi vet at resultat pr år = 16 800x + 6 600y – 608 000.
Restauranten solgte 60 pizzaer pr dag, da vet vi også at **x = 60**.
Resultat pr år = 16 800 · 60 + 6 600y – 608 000 = 1 008 000 + 6 600y – 608 000 = 400 000 + 6 600y
Vi setter resultatet lik 1 060 000 kr:
400 000 + 6 600y = 1 060 000

6 600 y = 660 000
y = 100

Restauranten solgte 100 hamburgere pr dag.

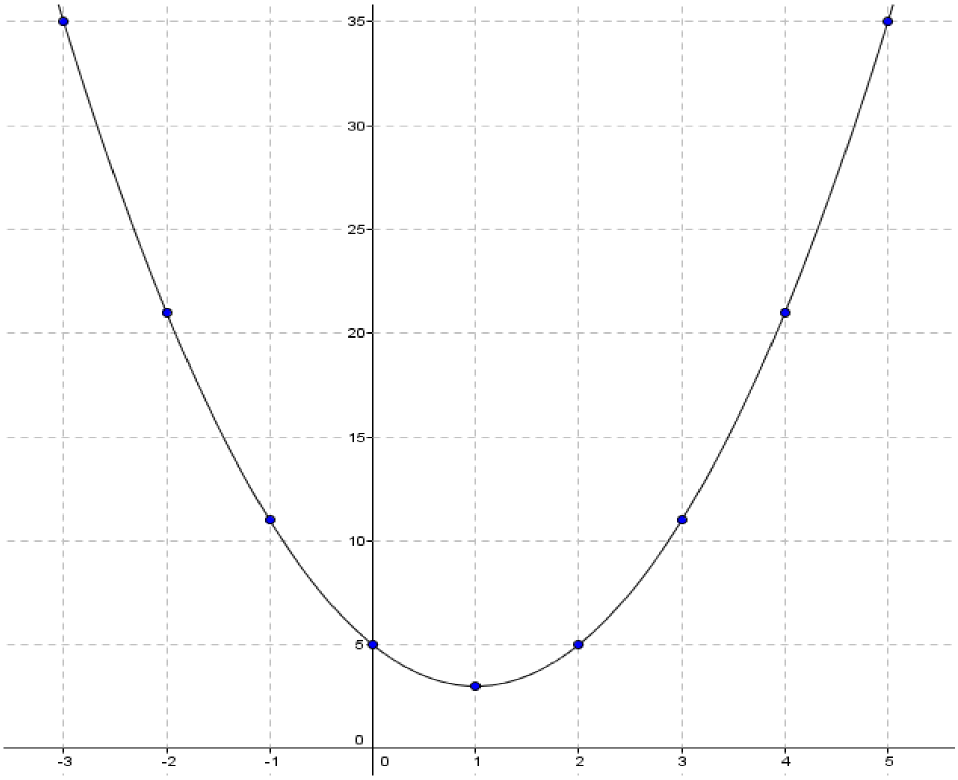
Oppgave 14. Funksjonen $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$.

a) Lag verditabell for f(x) for passende verdier av x.

$2x^2 – 4x = 2x (x – 2)$
0 2
1

x	f(x)	Utregning
-3	**35**	$f(-3) = 2 (-3)^2 – 4 (-3) + 5 = 2 \cdot 9 + 12 + 5 = 18 + 12 + 5$
-2	**21**	$f(-2) = 2 (-2)^2 – 4 (-2) + 5 = 2 \cdot 4 + 8 + 5 = 8 + 8 + 5$
-1	**11**	$f(-1) = 2 (-1)^2 – 4 (-1) + 5 = 2 \cdot 1 + 4 + 5 = 2 + 4 + 5$
0	**5**	$f(0) = 2 (0)^2 – 4 (0) + 5 = 2 \cdot 0 - 0 + 5 = 0 - 0 + 5$
1	**3**	$f(1) = 2 (1)^2 – 4 (1) + 5 = 2 \cdot 1 - 4 + 5 = 2 - 4 + 5$
2	**5**	$f(2) = 2 (2)^2 – 4 (2) + 5 = 2 \cdot 4 - 8 + 5 = 8 - 8 + 5$
3	**11**	$f(3) = 2 (3)^2 – 4 (3) + 5 = 2 \cdot 9 - 12 + 5 = 18 - 12 + 5$
4	**21**	$f(4) = 2 (4)^2 – 4 (4) + 5 = 2 \cdot 16 - 16 + 5 = 32 - 16 + 5$
5	**35**	$f(5) = 2 (5)^2 – 4 (5) + 5 = 2 \cdot 25 - 20 + 5 = 50 - 20 + 5$

b) Tegn grafen til f(x).



Oppgave 15.

a) Skriv opp koordinatene til punktene A, B, C og D.

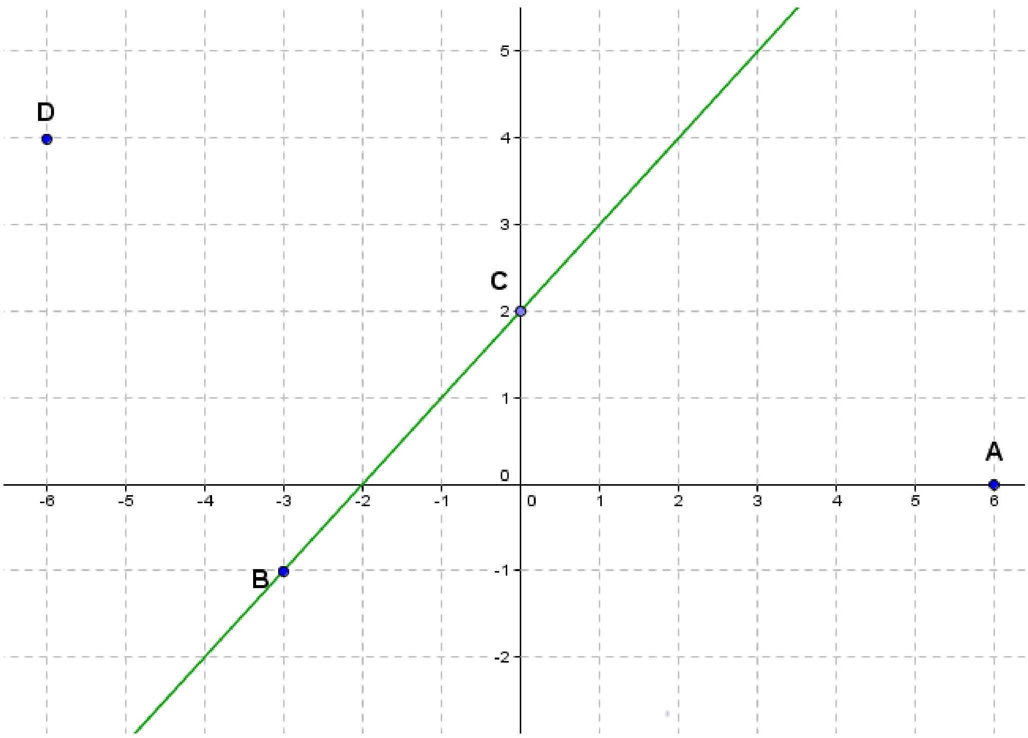
A = (6, 0) B = (-3, -1) C = (0, 2) D = (-6, 4)

b) Regn ut stigningstallet til den grønne linja gjennom B og C.

Stigningstall = $\frac{2-(-1)}{0-(-3)} = \frac{2-(-1)}{0-(-3)} = \frac{3}{3} = \mathbf{1}$

c) Skriv opp formelen til den grønne linja.

Formelen til linja er **1x + 2.**



Oppgave 16. Løs ligningene.

a) $3x - 6 = x + 12$

$3x - x = 12 + 6$ $\quad 2x = 18$ $\quad \frac{2x}{2} = \frac{18}{2}$ $\quad$ **$x = 9$**

b) $\frac{x}{2} - 5 = \frac{1}{6} - \frac{2-x}{3}$ $\quad \frac{x}{2} - \frac{5}{1} = \frac{1}{6} - \frac{2-x}{3}$ $\quad \frac{3x}{6} - \frac{30}{6} = \frac{1}{6} - \frac{4-2x}{6}$

$3x - 30 = 1 - 4 + 2x$ $\quad 3x - 2x = 1 - 4 + 30$ $\quad$ **$x = 27$**

c) $\frac{1}{5} : \frac{2}{x} = \frac{3}{4}$ $\quad \frac{1}{5} \cdot \frac{x}{2} = \frac{3}{4}$ $\quad \frac{x}{10} = \frac{3}{4}$ $\quad \frac{x \cdot 2}{10 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5}$ $\quad 2x = 15$ $\quad$ **$x = \frac{15}{2}$**

Oppgave 17. Løs ulikheten.

$-6\,(x + 1) < 12$

$-6x - 6 < 12$ $\quad -6x < 12 + 6$ $\quad -6x < 18$ $\quad \frac{-6x}{-6} > \frac{18}{-6}$ $\quad$ **$x > -3$**

Oppgave 18. Tom kjøpte til sammen 50 hamburgere på ett år.
Han betalte til sammen 2 060 kr for hamburgerne.
Små hamburgere koster 40 kr og store hamburgere koster 70 kr.
Bruk ligninger med 2 ukjente til å regne ut hvor mange små og hvor mange store hamburgere Tom kjøpte.

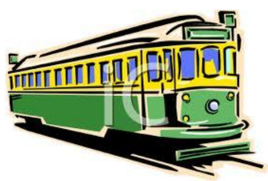
St = Antall store hamburgere
Sm = Antall små hamburgere

St + Sm = 50
40 Sm + 70 St = 2 060

Sm = 50 – St
40 (50 – St) + 70 St = 2 060
2 000 – 40 St + 70 St = 2 060
30 St = 60 $\quad$ St = 2
Sm = 50 – 2 $\quad$ Sm = 48

Tom kjøpte 48 små og 2 store hamburgere.

Oppgave 19. Danny reiser med tog og kan velge mellom 3 måter å betale.

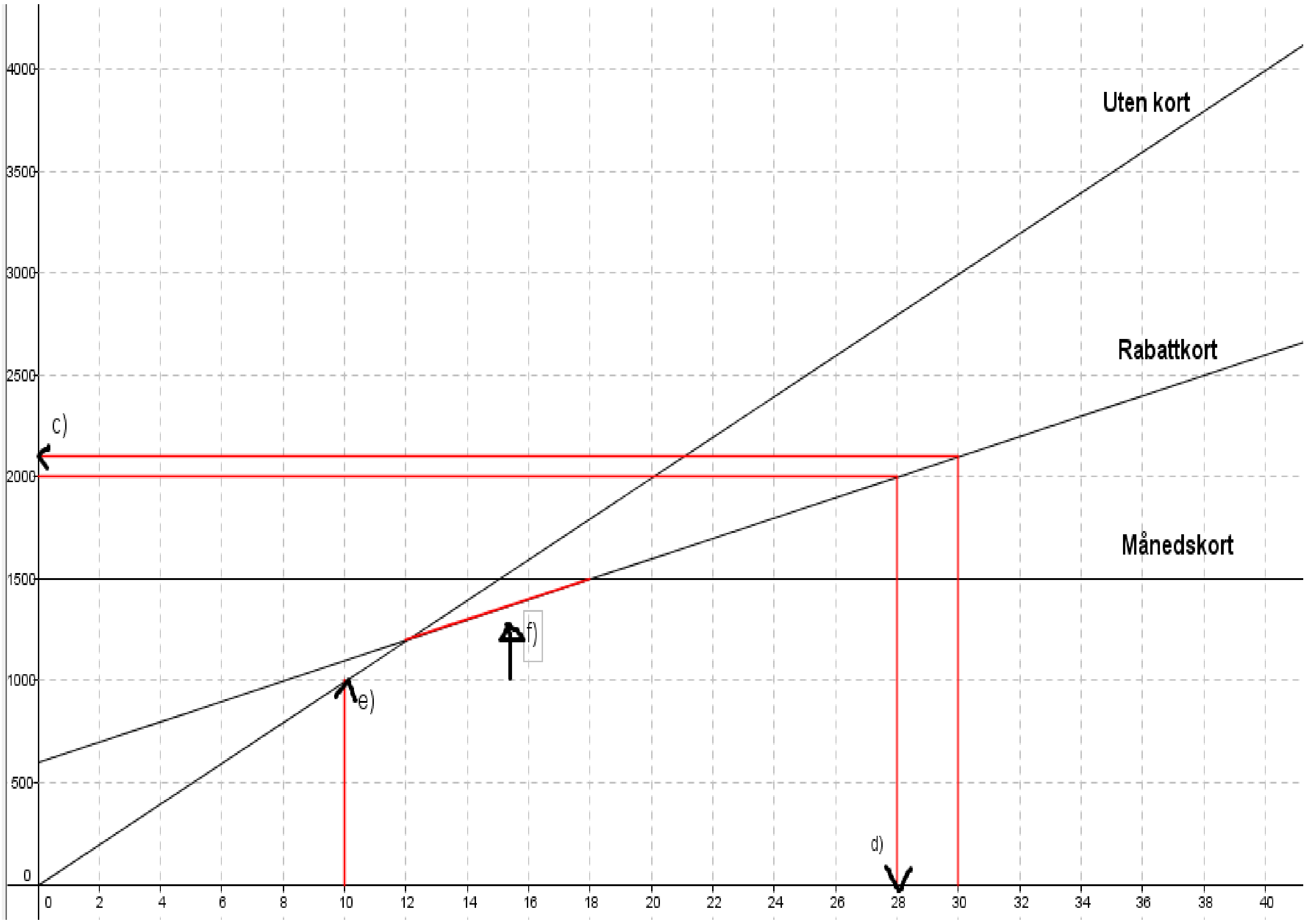


- Med månedskort betaler han 1 500 kr pr måned uansett hvor mange ganger han reiser
- Med rabattkort betaler han 600 kr fast pr måned pluss 50 kr for hver reise
- Uten kort betaler han 100 kr for hver reise

a) Bruk en tabell til å vise hvor mye Danny må betale med månedskort, rabattkort og uten kort hvis han reiser 0, 5, 10, 20 og 40 ganger pr måned.

	0	5	10	20	40
Månedskort	**1 500**	**1 500**	**1 500**	**1 500**	**1 500**
Rabattkort	**600**	**850**	**1 100**	**1 600**	**2 600**
Uten kort	**0**	**500**	**1 000**	**2 000**	**4 000**

b) Tegn grafene for de 3 betalingsmåtene. **Bruk god plass til grafene!**



c) Vis grafisk hvor mye Danny må betale med rabattkort hvis han reiser 30 ganger pr måned.

2 100 kr.

d) Hvor mange ganger kan Danny reise for 2 000 kr pr måned med rabattkort?

28 ganger.

e) Hvilken betalingsmåte er best for Danny hvis han reiser 10 ganger pr måned?

Uten kort.

f) Hvor mange ganger må Danny reise pr måned for at rabattkort skal være best?

Mellom 12 og 18 ganger.

g) Skriv opp funksjonsuttrykk (formler) som viser hvor mange kroner Danny må betale med månedskort, rabattkort og uten kort hvis han reiser y ganger pr måned.

Månedskort: 1 500

Rabattkort: 600 + 50y

Uten kort: 100y